



Module 3 - Estimation paramétrique

Exercices - Consignes

Exercice 1*

Déterminez l'estimateur de maximum de vraisemblance des densité suivantes :

1. Une loi normale de paramètre μ et σ^2 dont la densité de probabilité p est définie par :

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp - \frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2} \quad \text{Pour } x \in \mathbb{R}$$

2. Une loi exponentielle de paramètre λ dont la densité de probabilité p est définie par :

$$p(x) = \begin{cases} 0 & \text{Si } x < 0 \\ \lambda \exp(-\lambda x) & \text{Si } x \geq 0 \end{cases}$$

3. Une loi de poisson de paramètre α dont la densité de probabilité p est définie par :

$$p(x) = \frac{\alpha^x}{x!} \exp - \alpha$$

4. Une loi uniforme par intervalle de paramètre θ dont la densité de probabilité p est définie par :

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} & \text{Si } x \in [0, \theta] \\ 0 & \text{Si } x \notin [0, \theta] \end{cases}$$

Exercice 2*

Soit $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n\}$ un échantillon provenant d'une loi de densité normale $\mathcal{N}$ de paramètre $\mu = 0$, et $\sigma^2 = 2$

1. En utilisant la fonction `dnorm`, générez 100 échantillons de la densité $\mathcal{N}(0, 2)$.
2. Estimez les paramètres μ et σ^2 en utilisant l'estimateur de maximum de vraisemblance dans R.
3. Comparez les résultats obtenus avec les résultats théoriques (obtenus dans l'exercice 1.1).

Exercice 3

Soit $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n\}$ un échantillon provenant d'une loi de densité de poisson de paramètre $\lambda = 1$.

1. En utilisant la fonction `dnorm`, générez 100 échantillons de la densité de poisson.
2. Estimez le paramètre λ en utilisant l'estimateur de maximum de vraisemblance dans R.
3. Comparez les résultats obtenus avec les résultats théoriques (obtenus dans l'exercice 1.2).